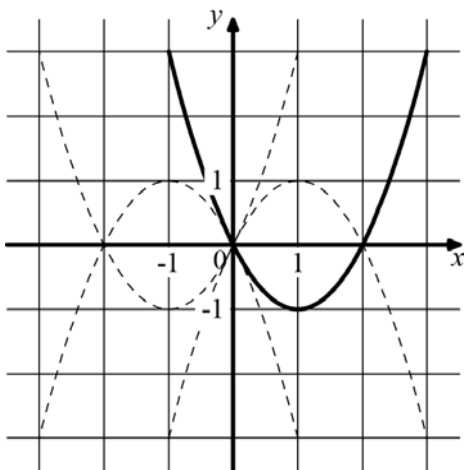


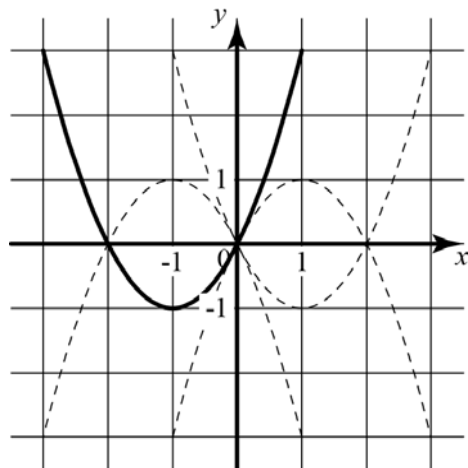
Вариант 9

Решение задания №18



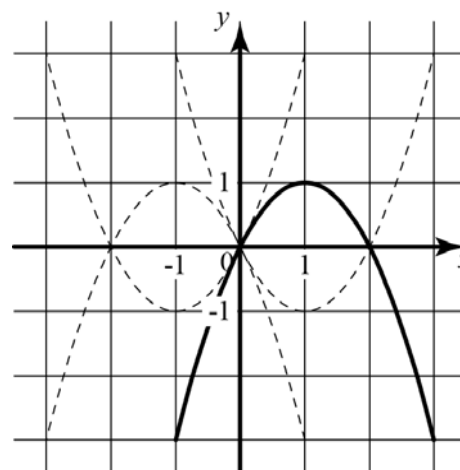
Вариант 10

Решение задания №18



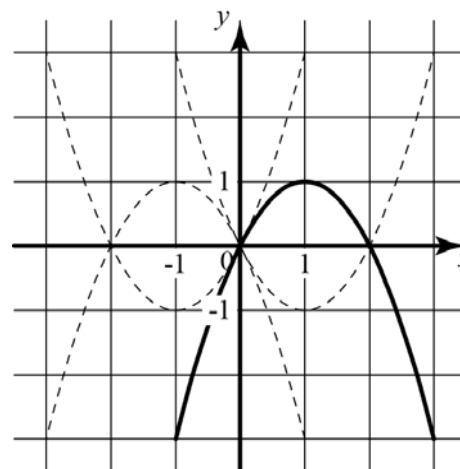
Вариант 11

Решение задания №18



Вариант 12

Решение задания №18



**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Прямая  $y = kx$  пересекает прямую  $y = x + 3$  в точке с координатами (1;4).  
Найдите координаты точки пересечения прямой  $y = kx$  и прямой  $y = 7x + 12$ .

Сначала найдем  $k$ . Подставив координаты общей точки в уравнение прямой  $y = kx$ , получим:  $4 = k \cdot 1$ , откуда  $k = 4$ .

Чтобы найти общую точку прямой  $y = 4x$  и  $y = 7x + 12$ , составим уравнение:

$$4x = 7x + 12, \text{ откуда } x = -4.$$

Тогда  $y = -16$ .

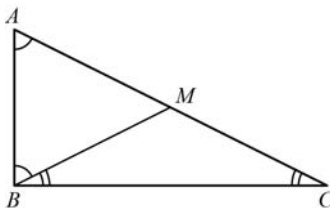
Ответ: (-4;-16).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ.	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**20** Медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

Пусть в треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ , которая равна половине стороны  $AC$ . Значит, треугольники  $ABM$  и  $CBM$  равнобедренные. Пусть  $\angle BAM = \angle ABM = \alpha$ ,  $\angle BCM = \angle CBM = \beta$ .

Тогда  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ , откуда  $\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM = \alpha + \beta = 90^\circ$ .



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Решите уравнение  $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$ .

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если они оба равны нулю. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения  $x = -5$  или  $x = 5$ .

Из второго уравнения  $x = -5$  или  $x = 2$ .

Системе удовлетворяет единственное значение  $x = -5$ .

Ответ: -5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ.	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю. Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**22** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок – что не менее 8 баночек, ослик Иа – что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трех этих утверждений истинно только одно?

Если прав Кролик, то правы и Пятачок, и Иа, а этого не может быть, т.к. истинно только одно утверждение. Аналогично: если прав Пятачок, то Иа тоже прав, получили два истинных утверждения, а должно быть только одно. Значит, во-первых, Пятачок неправ, и Пух съел менее 8 баночек.

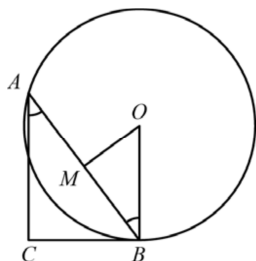
Во-вторых, прав может быть только Иа, потому что один из них должен быть прав. Следовательно, Пух съел не менее 7 баночек. Единственное целое число, которое не меньше 7, но меньше 8 – это число 7.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение и дан верный ответ.	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что Иа прав, но это используется при определении ответа.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 8, катет  $BC$  равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$

По условию окружность проходит через точку  $B$  и это единственная общая точка окружности и прямой  $BC$ . Следовательно, радиус  $OB$  окружности перпендикулярен прямой  $BC$ . Поэтому прямые  $AC$  и  $OB$  параллельны.

Центр  $O$  окружности равноудален от точек  $A$  и  $B$ , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к  $AB$ . Обозначим середину  $AB$  буквой  $M$



$\angle MBO = \angle BAC$  – это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей  $AB$ . Следовательно, прямоугольные треугольники  $ACB$  и  $BMO$  подобны.

По теореме Пифагора найдем, что  $AB = 17$ . Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{17}{16}$$

Тогда  $OB = \frac{5}{8} AB = \frac{289}{16}$ .

Ответ:  $OB = \frac{289}{16}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ.	4.
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно; или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой, возможно, получен неверный ответ.	3.
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0.
<i>Максимальный балл.</i>	4.

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Прямая  $y = kx$  пересекает прямую  $y = 6 - x$  в точке с абсциссой 3. В точке с какой абсциссой прямая  $y = kx$  пересекает прямую  $y = 2x + 7$ ?

Сначала найдем  $k$ . Составим уравнение относительно  $x$  и подставим в него  $x = 3$ :

$kx = 6 - x$ , откуда  $3k = 3$  и, значит,  $k = 1$ .

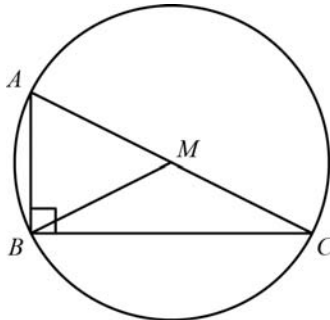
Чтобы найти общую точку прямой  $y = x$  и  $y = 2x + 7$ , составим уравнение:  $x = 2x + 7$ , откуда  $x = -7$ .

Ответ:  $-7$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ.	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**20** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.

Пусть в прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $B$  проведена медиана  $BM$ .



Проведем описанную окружность. Вписанный прямой угол  $ABC$  опирается на дугу  $AC$ , которая равна  $180^\circ$ , а поэтому центр окружности лежит на середине гипотенузы, то есть совпадает с точкой  $M$ . Следовательно,  $AM = BM = CM$ , откуда следует, что треугольники  $ABM$  и  $CBM$  равнобедренные.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Решите уравнение  $(x^2 - 16)^2 + (x^2 + x - 12)^2 = 0$ .

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если они оба равны нулю. Получаем:

$$\begin{cases} x^2 - 16 = 0, \\ x^2 + x - 12 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения:  $x = -4$  или  $x = 4$ .

Из второго уравнения:  $x = -4$  или  $x = 3$ .

Системе удовлетворяет единственное значение  $x = -4$ .

Ответ:  $-4$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ.	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю. Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**22** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не более 9 баночек мёда, Пятачок – что не более 8 баночек, ослик Иа – что не более 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трех этих утверждений истинно только одно?

Если прав Иа, то правы и Пятачок, и Кролик, а этого не может быть, т.к. истинно только одно утверждение. Аналогично: если прав Пятачок, то Кролик тоже прав, но истинно только одно из утверждений. Значит, во-первых, Пятачок неправ, и Пух съел более 8 баночек.

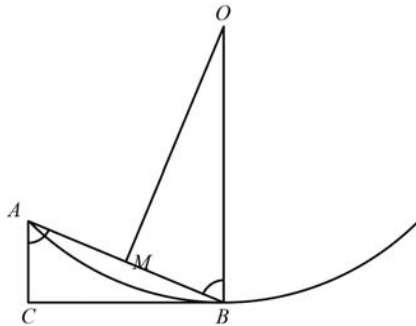
Во-вторых, прав может быть только Кролик. Он прав, потому что по условию задачи кто-то один прав. Следовательно, Пух съел не более 9 баночек. Единственное целое число, которое не больше 9, но больше 8 – это число 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение и дан верный ответ.	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что Кролик прав, но это используется при определении ответа.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 5, катет  $BC$  равен 12. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$ .

По условию окружность проходит через точку  $B$  и это единственная общая точка окружности и прямой  $BC$ . Следовательно, радиус  $OB$  окружности перпендикулярен прямой  $BC$ . Поэтому прямые  $AC$  и  $OB$  параллельны.

Центр  $O$  окружности равноудален от точек  $A$  и  $B$ , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к  $AB$ . Обозначим середину  $AB$  буквой  $M$ .



$$\angle MBO = \angle BAC$$

– это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей  $AB$ .

Следовательно, прямоугольные треугольники  $ACB$  и  $BMO$  подобны.

Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{13}{10}.$$

$$\text{Тогда } OB = \frac{13}{10}AB = \frac{169}{10} = 16,9.$$

Ответ:  $OB = 16,9$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно. Или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Прямая  $y = kx$  пересекает прямую  $y = x + 1$  в точке с ординатой 3. В точке с какой абсциссой прямая  $y = kx$  пересекает прямую  $y = 2x + 7$ ?

Сначала найдем  $k$ . Выразим  $x$  из уравнений прямых и составим уравнение относительно  $y$ :  $\frac{y}{k} = y - 1$ .

Подставив  $y = 3$ , получаем:  $\frac{3}{k} = 2$ , откуда  $k = \frac{3}{2}$ .

Чтобы найти общую точку прямой  $y = \frac{3}{2}x$  и  $y = 2x + 7$ , составим уравнение:

$$\frac{3}{2}x = 2x + 7, \text{ откуда } x = -14.$$

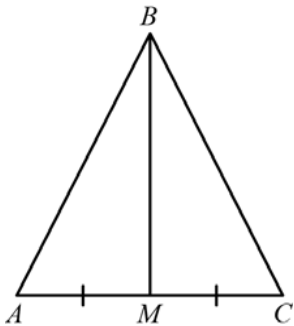
Ответ: -14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ.	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**20** Медиана треугольника разбила его на два равных треугольника. Докажите, что данный треугольник равнобедренный.

Пусть в треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ . Из условия следует, что треугольник  $ABM$  равен треугольнику  $BMC$ . Угол  $BMC$  не может быть равен ни углу  $ABM$ , ни углу  $BAM$ , т.к. он являясь внешним углом треугольника  $ABM$ , равен их сумме. Следовательно, он равен углу  $BMA$ .

Поскольку углы  $AMB$  и  $BMC$  смежные и равные, то они – прямые. Следовательно,  $BM$  – высота треугольника  $ABC$ . Если в треугольнике медиана совпадает с высотой, то такой треугольник – равнобедренный.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности, например, не обосновано равенство углов $BMC$ и $AMB$ .	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Решите уравнение  $(x^2 - 49)^2 + (x^2 + 5x - 14)^2 = 0$ .

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если оба они равны нулю. Получаем:

$$\begin{cases} x^2 - 49 = 0, \\ x^2 + 5x - 14 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения:  $x = -7$  или  $x = 7$ .

Из второго уравнения:  $x = -7$  или  $x = 2$ .

Системе удовлетворяет единственное значение  $x = -7$ .

Ответ: -7.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ.	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю. Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**22** Паша сказал, что написанное на доске неравенство имеет более 5 решений, являющихся целыми числами, Саша – что более 6, а Витя – что более 7. Учитель ответил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

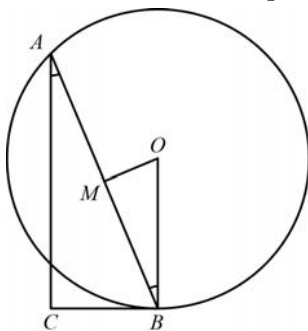
Если прав Витя, то правы и Саша, и Паша, что не отвечает условию, что прав только один из ребят.

Если прав Саша, то Паша тоже прав. Но истинно только одно из утверждений. Значит, Саша неправ. Из этого следует, во-первых, что неравенство имеет не более 6 целых решений, а во-вторых, что прав Паша. Он прав, потому что по условию задачи кто-то один прав. Следовательно, неравенство имеет не более 6, но более 5 решений. Единственное целое число, которое больше 5, но не больше 6 – это число 6.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение и дан верный ответ.	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что Паша прав, но это используется при определении ответа.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 12, катет  $BC$  равен 5. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$ .

По условию окружность проходит через точку  $B$  и это единственная общая точка окружности и прямой  $BC$ . Следовательно, радиус  $OB$  окружности перпендикулярен прямой  $BC$ . Поэтому прямые  $AC$  и  $OB$  параллельны. Центр  $O$  окружности равноудален от точек  $A$  и  $B$ , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к  $AB$ . Обозначим середину  $AB$  буквой  $M$ .



$\angle MBO = \angle BAC$  – это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей  $AB$ .

Следовательно, прямоугольные треугольники  $ACB$  и  $BMO$  подобны.

Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{13}{24}.$$

Тогда  $OB = \frac{13}{24}AB = \frac{169}{24}$ .

Ответ:  $OB = \frac{169}{24}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно; или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

- 19** Прямая  $y = kx$  пересекает прямую  $y = x + 3$  в точке с координатами (1;4). Найдите координаты точки пересечения прямой  $y = kx$  и прямой  $y = 7x + 12$ .

Сначала найдем  $k$ . Подставив координаты общей точки в уравнение прямой  $y = kx$ , получим:  $4 = k \cdot 1$ , откуда  $k = 4$ .

Чтобы найти общую точку прямой  $y = 4x$  и  $y = 7x + 12$ , составим уравнение:

$$4x = 7x + 12, \text{ откуда } x = -4.$$

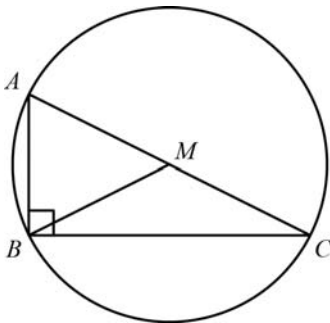
Тогда  $y = -16$ .

Ответ: (-4; -16).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ.	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.

Пусть в прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $B$  проведена медиана  $BM$ .



Проведем описанную окружность. Вписанный прямой угол  $ABC$  опирается на дугу  $AC$ , которая равна  $180^\circ$ , а поэтому центр окружности лежит на середине гипотенузы, то есть совпадает с точкой  $M$ . Следовательно,  $AM = BM = CM$ , откуда следует, что треугольники  $ABM$  и  $CBM$  равнобедренные.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Решите уравнение  $(x^2 - 49)^2 + (x^2 + 5x - 14)^2 = 0$ .

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если оба они равны нулю. Получаем:

$$\begin{cases} x^2 - 49 = 0, \\ x^2 + 5x - 14 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения:  $x = -7$  или  $x = 7$ .

Из второго уравнения:  $x = -7$  или  $x = 2$ .

Системе удовлетворяет единственное значение  $x = -7$ .

Ответ: -7.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ.	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю. Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок – что не менее 8 баночек, ослик Иа – что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трех этих утверждений истинно только одно?

Если прав Кролик, то правы и Пятачок, и Иа, а этого не может быть, т.к. истинно только одно утверждение. Аналогично: если прав Пятачок, то Иа тоже прав, получили два истинных утверждения, а должно быть только одно. Значит, во-первых, Пятачок неправ, и Пух съел менее 8 баночек.

Во-вторых, прав может быть только Иа, потому что один из них должен быть прав. Следовательно, Пух съел не менее 7 баночек. Единственное целое число, которое не меньше 7, но меньше 8 – это число 7.

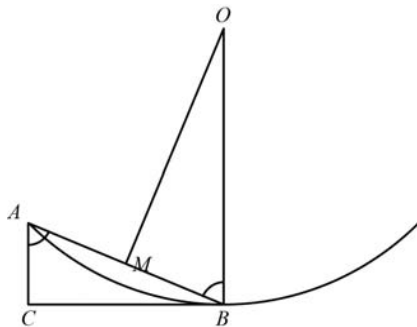


Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение и дан верный ответ.	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что $I_a$ прав, но это используется при определении ответа.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 5, катет  $BC$  равен 12. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$ .

По условию окружность проходит через точку  $B$  и это единственная общая точка окружности и прямой  $BC$ . Следовательно, радиус  $OB$  окружности перпендикулярен прямой  $BC$ . Поэтому прямые  $AC$  и  $OB$  параллельны.

Центр  $O$  окружности равноудален от точек  $A$  и  $B$ , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к  $AB$ . Обозначим середину  $AB$  буквой  $M$ .



$$\angle MBO = \angle BAC$$

– это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей  $AB$ .

Следовательно, прямоугольные треугольники  $ACB$  и  $BMO$  подобны.

Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{13}{10}.$$

$$\text{Тогда } OB = \frac{13}{10}AB = \frac{169}{10} = 16,9.$$

Ответ:  $OB = 16,9$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно. Или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4