Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\cos^2\left(x-\frac{5\pi}{2}\right)-\frac{1}{2}\sin 2x=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$\sin^2 x-\sin x\cos x=0;\ \ \sin x(\sin x-\cos x)=0.$$

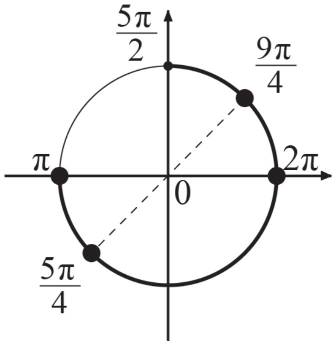
1 случай. $\sin x=0$. Тогда $x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

2 случай. Если $\sin x\neq 0$, то $\sin x-\cos x=0$.

Значит, $\cos x\neq 0$. Разделив обе части уравнения на $\cos x$, получим: $\operatorname{tg} x=1$.

Тогда $x=\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

б) отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$ принадлежат корни $\pi,\ 2\pi,\ \frac{5\pi}{4}$ и $\frac{9\pi}{4}$.



Ответ: а) πk , $\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; б) $\pi,\ 2\pi,\ \frac{5\pi}{4}$ и $\frac{9\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или в пункте б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB=4$, $SC=6$.

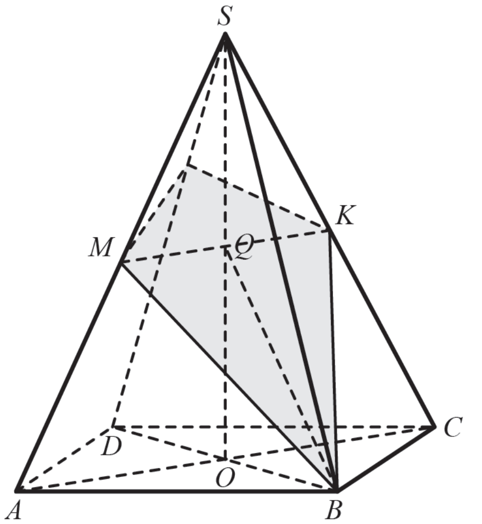
Решение.

Проведем из точки B перпендикуляр BQ к MK, Q – середина отрезка MK и высоты SO. Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей, $QO\perp MK, OB\perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ – линейный угол искомого угла. Найдём QO. $BO=2\sqrt{2}$.

$$SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{36-8}=2\sqrt{7};$$

$$QO=\frac{1}{2}SO=\sqrt{7};$$

Значит, $\operatorname{tg}\angle QBO=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}\cdot 2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$.



Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите неравенство $\dfrac{\left(x^2-x-14\right)^2}{2x+\sqrt{21}} \le \dfrac{\left(2x^2+x-13\right)^2}{2x+\sqrt{21}}$.

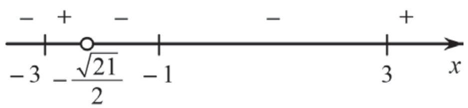
Решение.
Перейдем к неравенству:

$$\frac{\left(x^2-x-14\right)^2-\left(2x^2+x-13\right)^2}{2x+\sqrt{21}} \le 0;$$

$$\frac{\left(3x^2-27\right)\left(-x^2-2x-1\right)}{2x+\sqrt{21}} \le 0;$$

$$\frac{(x-3)(x+3)(x+1)^2}{2x+\sqrt{21}} \ge 0.$$

Используем метод интервалов:



Ответ: $\left[-3;\ -\dfrac{\sqrt{21}}{2}\right)$, -1, $[3;\ +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Получен ответ, отличающийся от верного ответа только конечным количеством значений переменной	2
Преобразования, в целом, верные. За счёт вычислительных ошибок или неверного определения (отсутствия) ограничений получен ответ, включающий в себя верные промежутки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Точка M лежит на отрезке AB. На окружности радиуса 16,25, проходящей через точки A и B, взята точка C, удаленная от точек A, M и B на расстояния 26, 25 и 30 соответственно. Известно, что $AB > AC$. Найдите площадь треугольника BMC.

Решение.
По теореме синусов

$$\sin\angle ABC = \frac{26}{2\cdot 16,25} = \frac{13\cdot 4}{65} = \frac{4}{5},$$

а $\angle ABC < 90°$, поскольку $AC < AB$. Поэтому $\cos\angle ABC = \dfrac{3}{5}$.

Обозначим $AB = x$. По теореме косинусов $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cos\angle ABC$, или

$$26^2 = 30^2 + x^2 - 2\cdot 30x\cdot\frac{3}{5},\quad x^2-36x+224=0,$$

откуда находим, что $x = 28$ или $x = 8$, а т. к. $AB > AC = 26$, то $AB = x = 28$.

Пусть CH – высота треугольника ABC. Тогда

$$CH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{AB\cdot BC\sin\angle ABC}{AB} = \frac{28\cdot 30\cdot\frac{4}{5}}{28} = 24.$$

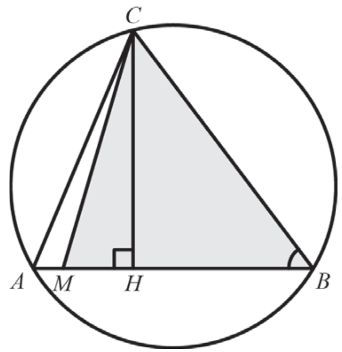


Рис. 1

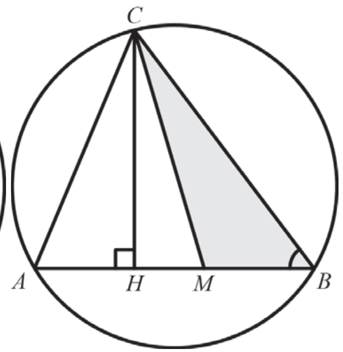


Рис. 2

Поскольку $\cos\angle CAB = \dfrac{26^2+28^2-30^2}{2\cdot 26\cdot 28} > 0$, угол CAB – острый, поэтому точка H лежит на отрезке AB. Из прямоугольных треугольников ACH и CMH находим, что

$$AH = \sqrt{AC^2-CH^2} = \sqrt{26^2-24^2} = 10,$$

$$HM = \sqrt{CM^2-CH^2} = \sqrt{25^2-24^2} = 7.$$

Тогда $BH = AB - AH = 28 - 10 = 18$.

Пусть точка M лежит между точками A и H (рис.1).

Тогда $BM = BH + HM = 18 + 7 = 25$. Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 25\cdot 24 = 300.$$

Если же точка M лежит между точками B и H (рис. 2), то $BM = BH - HM = 18 - 7 = 11$.
Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 24 = 132.$$

Ответ: 300 или 132.

Содержание критерия	**Баллы**
Обосновано получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3}\sin^2\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\sin x\cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x = 0;\ \ \cos x(\sin x - \sqrt{3}\cos x) = 0.$$

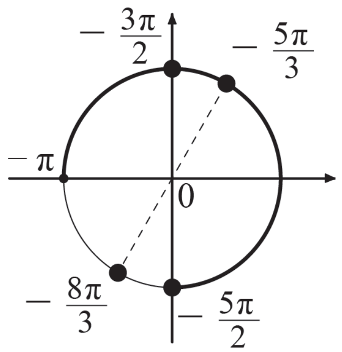
1 случай. $\cos x = 0$. Тогда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

2 случай. Если $\cos x \neq 0$, то $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

Разделив обе части уравнения на $\cos x$, получим: $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$.

Тогда $x = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$.

б) Отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$ принадлежат корни $-\frac{5\pi}{2}$, $-\frac{5\pi}{3}$ и $-\frac{3\pi}{2}$.



Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k,\ \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2},\ -\frac{5\pi}{3}$ и $-\frac{3\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 6$, $SC = 8$.

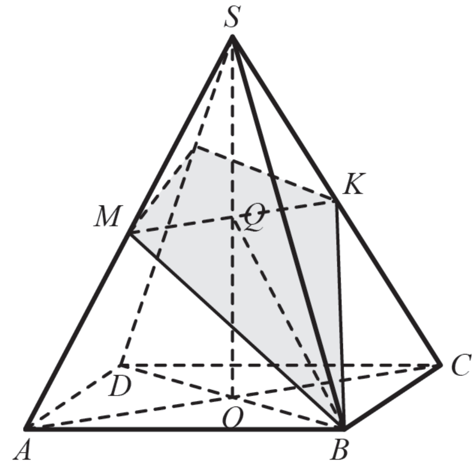
Решение.

Проведем из точки B перпендикуляр BQ к MK, Q – середина отрезка MK и высоты SO. Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей, $QO \perp MK, OB \perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ – линейный угол искомого угла. Найдём QO. $BO = 3\sqrt{2}$.

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{8^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 - 18} = \sqrt{46};$$

$$QO = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{46}}{2};$$

Значит, $\operatorname{tg}\angle QBO = \frac{\sqrt{46}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{23}}{6}$.



Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{23}}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

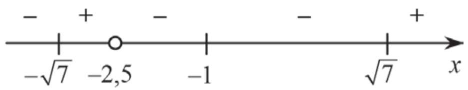
С3 Решите неравенство $\dfrac{\left(2x^2-x-18\right)^2}{2x+5} \le \dfrac{\left(3x^2+x-17\right)^2}{2x+5}$.

Решение.
Перейдем к неравенству

$$\frac{\left(2x^2-x-18\right)^2-\left(3x^2+x-17\right)^2}{2x+5} \le 0; \quad \frac{\left(5x^2-35\right)\left(-x^2-2x-1\right)}{2x+5} \le 0;$$

$$\frac{(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})(x+1)^2}{2x+5} \ge 0.$$

Используем метод интервалов:



Ответ: $[-\sqrt{7};\ -2,5),\ -1,\ [\sqrt{7};\ +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	3
Оба неравенства системы решены верно, но система решена неверно	2
Либо верно решено только одно из двух неравенств системы, либо в решениях двух неравенств содержатся арифметические ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Точка M лежит на отрезке AB . На окружности радиуса 32,5, проходящей через точки A и B, взята точка C, удаленная от точек A, M и B на расстояния 52, 50 и 60 соответственно. Известно, что $AB > AC$. Найдите площадь треугольника BMC.

Решение.
По теореме синусов

$$\sin\angle ABC = \frac{52}{2\cdot 32,5} = \frac{13\cdot 4}{65} = \frac{4}{5},$$

$\angle ABC < 90°$, поскольку $AC < AB$. Поэтому $\cos\angle ABC = \dfrac{3}{5}$.
или
Обозначим $AB = x$. По теореме косинусов $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cos\angle ABC$,

$$52^2 = 60^2 + x^2 - 2\cdot 60x\cdot\frac{3}{5}, \quad x^2 - 72x + 896 = 0,$$

откуда находим, что $x = 56$ или $x = 16$, а т. к. $AB > AC = 52$, то $AB = x = 56$.
Пусть CH – высота треугольника ABC. Тогда

$$CH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{AB\cdot BC\sin\angle ABC}{AB} = \frac{56\cdot 60\cdot\frac{4}{5}}{56} = 48.$$

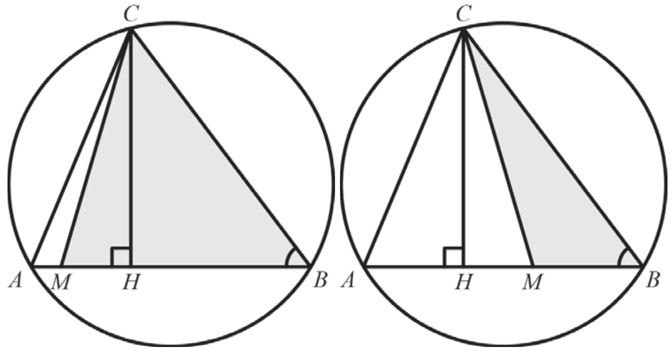


Рис. 1 Рис. 2

Поскольку $\cos\angle CAB = \dfrac{52^2+56^2-60^2}{2\cdot 26\cdot 28} > 0$, угол CAB – острый, поэтому точка H лежит на отрезке AB. Из прямоугольных треугольников ACH и CMH находим, что

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{52^2 - 48^2} = 20,$$

$$HM = \sqrt{CM^2 - CH^2} = \sqrt{50^2 - 48^2} = 14.$$

Тогда $BH = AB - AH = 56 - 20 = 36$.
Пусть точка M лежит между точками A и H (рис.1).
Тогда $BM = BH + HM = 36 + 14 = 50$. Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 50\cdot 48 = 1200.$$

Если же точка M лежит между точками B и H (рис. 2),
то $BM = BH - HM = 36 - 14 = 22$.
Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 22\cdot 48 = 528.$$

Ответ: 1200 или 528.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 а) Решите уравнение $\cos^2\left(x-\frac{5\pi}{2}\right)-\frac{1}{2}\sin 2x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$\sin^2 x-\sin x\cos x=0;\ \ \sin x(\sin x-\cos x)=0.$$

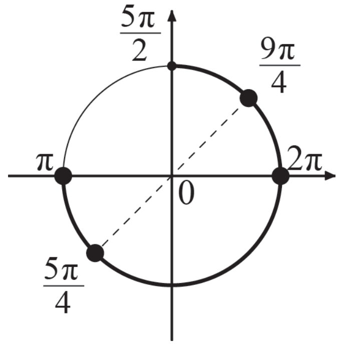
1 случай. $\sin x=0$. Тогда $x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

2 случай. Если $\sin x\neq 0$, то $\sin x-\cos x=0$.

Значит, $\cos x\neq 0$. Разделив обе части уравнения на $\cos x$, получим: $\operatorname{tg} x=1$.

Тогда $x=\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

б) отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$ принадлежат корни $\pi,\ 2\pi,\ \frac{5\pi}{4}$ и $\frac{9\pi}{4}$.



Ответ: а) πk , $\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; б) $\pi,\ 2\pi,\ \frac{5\pi}{4}$ и $\frac{9\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или в пункте б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB=4$, $SC=6$.

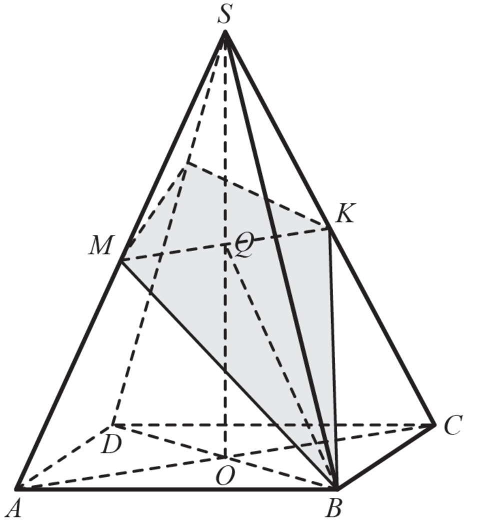
Решение.

Проведем из точки B перпендикуляр BQ к MK, Q – середина отрезка MK и высоты SO. Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей, $QO\perp MK, OB\perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ – линейный угол искомого угла. Найдём QO. $BO=2\sqrt{2}$.

$$SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{36-8}=2\sqrt{7};$$

$$QO=\frac{1}{2}SO=\sqrt{7};$$

Значит, $\operatorname{tg}\angle QBO=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}\cdot 2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$.



Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите систему
$$\begin{cases} \log_{2x-1}(4x-5)+\log_{4x-5}(2x-1)\le 2, \\ 25^x-5\cdot 10^x-6\cdot 4^x\le 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство:
$$\log_{2x-1}(4x-5)+\frac{1}{\log_{2x-1}(4x-5)}\le 2.$$

Сделаем замену $y=\log_{2x-1}(4x-5)$:
$$y+\frac{1}{y}\le 2;\quad \frac{(y-1)^2}{y}\le 0,$$

откуда $y=1$ или $y<0$.

Если $\log_{2x-1}(4x-5)=1$, то
$$\begin{cases} 2x-1=4x-5, \\ 2x-1>0, \\ 2x-1\ne 1, \end{cases}\quad \text{откуда } x=2.$$

Если $\log_{2x-1}(4x-5)<0$, то
$$\begin{cases} \dfrac{4x-5-1}{2x-1-1}<0, \\ 2x-1>0, \\ 4x-5>0, \\ 2x-1\ne 1, \end{cases}\quad \text{откуда} \begin{cases} \dfrac{4x-6}{x-1}<0, \\ x>\dfrac{5}{4}; \end{cases}\quad \frac{5}{4}<x<\frac{3}{2}.$$

Решение неравенства: $\frac{5}{4}<x<\frac{3}{2}$ или $x=2$.

Решим второе неравенство. Разделим обе части на 4^x:
$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-5\left(\frac{5}{2}\right)^{x}-6\le 0.$$

Сделаем замену $z=\left(\frac{5}{2}\right)^x$. Получаем:
$$z^2-5z-6\le 0;\quad -1\le z\le 6.$$

Обратная замена даёт: $\left(\frac{5}{2}\right)^x\le 6;\quad x\le\log_{2,5}6.$

Решением системы является общая часть решений двух неравенств. Учитывая, что $\frac{3}{2}<\log_{2,5}6<2$, находим решение системы: $\frac{5}{4}<x<\frac{3}{2}$.

Ответ: $\left(\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	3
Оба неравенства системы решены верно, но система решена неверно	2
Либо верно решено только одно из двух неравенств системы, либо в решениях двух неравенств содержатся арифметические ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Точка M лежит на отрезке AB. На окружности радиуса 16,25, проходящей через точки A и B, взята точка C, удаленная от точек A, M и B на расстояния 26, 25 и 30 соответственно. Известно, что $AB>AC$. Найдите площадь треугольника BMC.

Решение.

По теореме синусов
$$\sin\angle ABC=\frac{26}{2\cdot 16,25}=\frac{13\cdot 4}{65}=\frac{4}{5},$$

а $\angle ABC<90^\circ$, поскольку $AC<AB$. Поэтому $\cos\angle ABC=\frac{3}{5}$.

Обозначим $AB=x$. По теореме косинусов $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos\angle ABC$, или
$$26^2=30^2+x^2-2\cdot 30x\cdot\frac{3}{5},\quad x^2-36x+224=0,$$

откуда находим, что $x=28$ или $x=8$, а т. к. $AB>AC=26$, то $AB=x=28$.

Пусть CH – высота треугольника ABC. Тогда
$$CH=\frac{2S_{\triangle ABC}}{AB}=\frac{AB\cdot BC\sin\angle ABC}{AB}=\frac{28\cdot 30\cdot\frac{4}{5}}{28}=24.$$

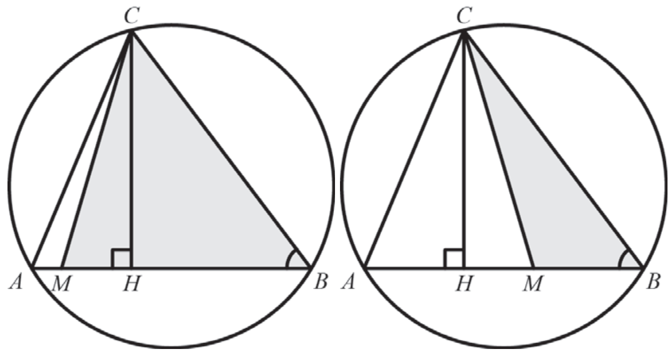


Рис. 1 Рис. 2

Поскольку $\cos\angle CAB = \dfrac{26^2+28^2-30^2}{2\cdot 26\cdot 28} > 0$, угол CAB – острый, поэтому точка H лежит на отрезке AB. Из прямоугольных треугольников ACH и CMH находим, что

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10,$$

$$HM = \sqrt{CM^2 - CH^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7.$$

Тогда $BH = AB - AH = 28 - 10 = 18$.

Пусть точка M лежит между точками A и H (рис.1).

Тогда $BM = BH + HM = 18 + 7 = 25$. Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 25\cdot 24 = 300.$$

Если же точка M лежит между точками B и H (рис. 2),

то $BM = BH - HM = 18 - 7 = 11$.

Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 11\cdot 24 = 132.$$

Ответ: 300 или 132.

Содержание критерия	**Баллы**
Обосновано получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3}\sin^2\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\sin x\cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x = 0;\ \cos x(\sin x - \sqrt{3}\cos x) = 0.$$

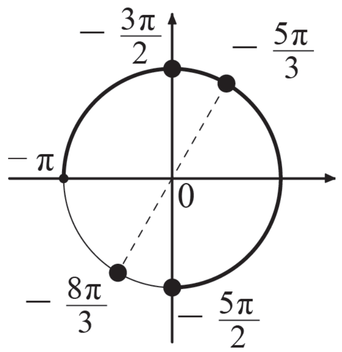
1 случай. $\cos x = 0$. Тогда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

2 случай. Если $\cos x \neq 0$, то $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

Разделив обе части уравнения на $\cos x$, получим: $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$.

Тогда $x = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$.

б) Отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$ принадлежат корни $-\frac{5\pi}{2}$, $-\frac{5\pi}{3}$ и $-\frac{3\pi}{2}$.



Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k,\ \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{5\pi}{3}$ и $-\frac{3\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 6$, $SC = 8$.

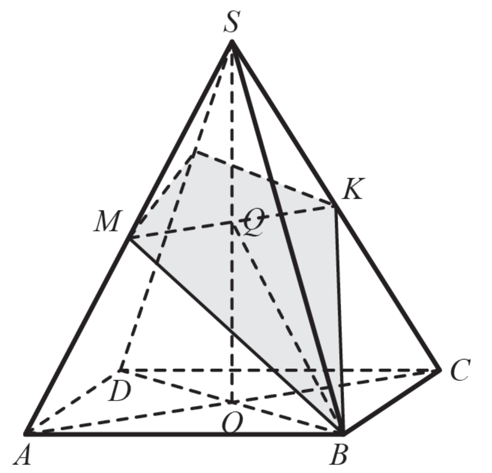
Решение.

Проведем из точки B перпендикуляр BQ к MK, Q – середина отрезка MK и высоты SO. Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей, $QO \perp MK, OB \perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ – линейный угол искомого угла. Найдём QO. $BO = 3\sqrt{2}$.

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{8^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 - 18} = \sqrt{46};$$

$$QO = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{46}}{2};$$

Значит, $\operatorname{tg}\angle QBO = \frac{\sqrt{46}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{23}}{6}$.



Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{23}}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите систему

$$\begin{cases} \log_{2x+3}(3x-5)+\log_{3x-5}(2x+3)\le 2, \\ 25^x-5\cdot 10^x-6\cdot 4^x\le 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{2x+3}(3x-5)+\frac{1}{\log_{2x+3}(3x-5)}\le 2.$$

Сделаем замену $y=\log_{2x+3}(3x-5)$:

$$y+\frac{1}{y}\le 2;\ \frac{(y-1)^2}{y}\le 0,$$

откуда $y=1$ или $y<0$.

Если $\log_{2x+3}(3x-5)=1$, то

$$\begin{cases} 2x+3=3x-5, \\ 2x+3>0, \\ 2x+3\ne 1, \end{cases} \quad \text{откуда } x=8.$$

Если $\log_{2x+3}(3x-5)<0$, то

$$\begin{cases} \dfrac{3x-5-1}{2x+3-1}<0, \\ 2x+3>0, \\ 3x-5>0, \\ 2x+3\ne 1, \end{cases} \quad \text{откуда} \begin{cases} \dfrac{3x-6}{x}<0, \\ x>\dfrac{5}{3}; \end{cases} \quad \frac{5}{3}<x<2.$$

Решение неравенства: $\frac{5}{3}<x<2$ или $x=8$.

Решим второе неравенство. Разделим обе части на 4^x:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-5\left(\frac{5}{2}\right)^x-6\le 0.$$

Сделаем замену $z=\left(\frac{5}{2}\right)^x$. Получаем:

$$z^2-5z-6\le 0;\ -1\le z\le 6.$$

Обратная замена дает:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^x\le 6;\quad x\le\log_{2,5}6.$$

Решением системы является общая часть решений двух неравенств. Учитывая, что $\log_{2,5}6<8$находим решение системы: $\frac{5}{3}<x<2$.

Ответ: $\left(\frac{5}{3};2\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	3
Оба неравенства системы решены верно, но система решена неверно	2
Либо верно решено только одно из двух неравенств системы, либо в решениях двух неравенств содержатся арифметические ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Точка M лежит на отрезке AB . На окружности радиуса 32,5, проходящей через точки A и B, взята точка C, удаленная от точек A, M и B на расстояния 52, 50 и 60 соответственно. Известно, что $AB>AC$. Найдите площадь треугольника BMC.

Решение.

По теореме синусов

$$\sin\angle ABC=\frac{52}{2\cdot 32,5}=\frac{13\cdot 4}{65}=\frac{4}{5},$$

$\angle ABC<90^\circ$, поскольку $AC<AB$. Поэтому $\cos\angle ABC=\frac{3}{5}$.

Обозначим $AB=x$. По теореме косинусов $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos\angle ABC$, или

$$52^2=60^2+x^2-2\cdot 60x\cdot\frac{3}{5},\quad x^2-72x+896=0,$$

откуда находим, что $x=56$ или $x=16$, а т. к. $AB>AC=52$, то $AB=x=56$.

Пусть CH – высота треугольника ABC. Тогда

$$CH=\frac{2S_{\triangle ABC}}{AB}=\frac{AB\cdot BC\sin\angle ABC}{AB}=\frac{56\cdot 60\cdot\frac{4}{5}}{56}=48.$$

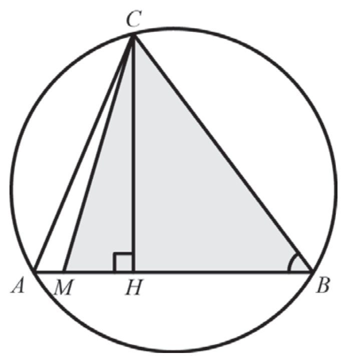


Рис. 1

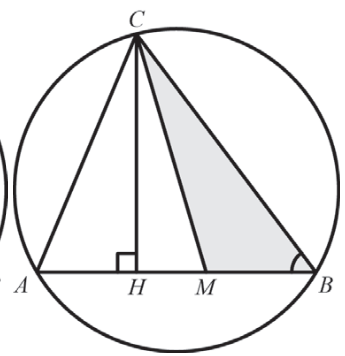


Рис. 2

Поскольку $\cos\angle CAB = \dfrac{52^2+56^2-60^2}{2\cdot 26\cdot 28} > 0$, угол CAB – острый, поэтому точка H лежит на отрезке AB. Из прямоугольных треугольников ACH и CMH находим, что

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{52^2 - 48^2} = 20,$$

$$HM = \sqrt{CM^2 - CH^2} = \sqrt{50^2 - 48^2} = 14.$$

Тогда $BH = AB - AH = 56 - 20 = 36.$

Пусть точка M лежит между точками A и H (рис.1).

Тогда $BM = BH + HM = 36 + 14 = 50.$ Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 50\cdot 48 = 1200.$$

Если же точка M лежит между точками B и H (рис. 2),

то $BM = BH - HM = 36 - 14 = 22.$

Следовательно,

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot 22\cdot 48 = 528.$$

Ответ: 1200 или 528.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Математика 10 класс. Вариант 5 (без логорифмов)

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	7
B2	4
B3	7
B4	3780
B5	-14
B6	58
B7	180

№ задания	Ответ
B8	1
B9	8
B10	0,4
B11	96
B12	4
B13	75
B14	11

Математика 10 класс. Вариант 6 (без логорифмов)

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	89250
B2	8
B3	10
B4	3534
B5	-5
B6	63
B7	247

№ задания	Ответ
B8	3
B9	18
B10	0,52
B11	864
B12	0,045
B13	90
B14	-29

Математика 10 класс. Вариант 7 (без производной)

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1.	17
B2.	3
B3.	8
B4.	1665
B5.	-2
B6.	54
B7	256

№ задания	Ответ
B8	6
B9.	9
B10	0,3
B11	144
B12.	3
B13.	81
B14	-2

Математика 10 класс. Вариант 8 (без производной)

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1.	146250
B2	7
B3.	14
B4.	3162
B5.	-4
B6.	62
B7	252

№ задания	Ответ
B8	6
B9	8
B10	0,76
B11	384
B12	0,005
B13	100
B14	2